

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - Mardi 13 mars 2018

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°1

Nombres Harshad

8 points

Les nombres Harshad sont les nombres entiers strictement positifs qui sont divisibles par la somme de leurs chiffres. Par exemple 7, 54, 110, 2010 sont des nombres Harshad.

1. Quel est le plus petit nombre qui n'est pas Harshad ?
2. Donner la liste de tous les nombres Harshad inférieurs à 200.
3. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 33 chiffres.
4. Donner un nombre Harshad s'écrivant avec 24 chiffres se terminant par 2.
5. Existe-t-il un nombre Harshad premier strictement supérieur à 7 ?

Exercice n°2

Éteindre le feu

5 points

Lors des incendies, il est fréquent que les pompiers utilisent des avions bombardiers d'eau aussi appelés canadairs.

A Bormes-les-Mimosas en juillet 2017, les canadairs utilisés contenaient deux réservoirs de 3000 L chacun. Lors de l'écopage (phase de remplissage à plein des réservoirs) le canadaïr vole à une vitesse de 110 km/h et le remplissage se fait avec un débit de 0,5 m³/s.



Le 26 juillet 2017, 4 canadairs ont été utilisés pendant 4 heures sans faire de pause. La durée d'une rotation pour chacun des 4 avions (c'est à dire du remplissage au largage puis retour au plan d'eau) était de 3 minutes.

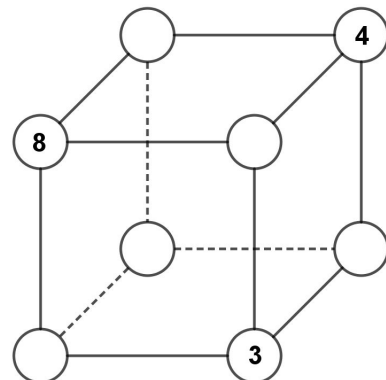
1. Quelle distance parcourt un canadaïr lors d'un écopage ?
2. Quel volume d'eau les canadairs ont-ils largué le 26 juillet ?

Exercice n°3

The cube takes sides

5 points

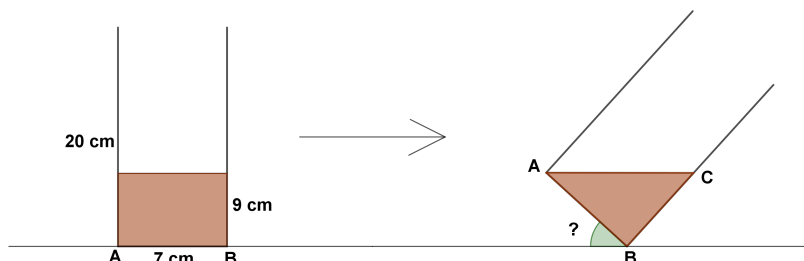
Five numbers are missing in the diagram of the cube opposite. Complete the circles with positive integers so that the sum of the four numbers on each of the six faces equals 18. Give as many solutions as possible.



Exercice n°4**Un problème renversant****6 points**

Un grand verre en forme de pavé droit dont la base est un carré de 7 cm de côté et dont la hauteur est de 20 cm contient du jus d'orange sur une hauteur de 9 cm.

1. On incline progressivement le verre le long d'une arête de la base, de façon à commencer à apercevoir le fond et on s'arrête à cette limite, comme indiqué sur la figure ci-dessous. Du jus d'orange est-il sorti du verre ?
2. De quel angle le verre a-t-il été incliné ?

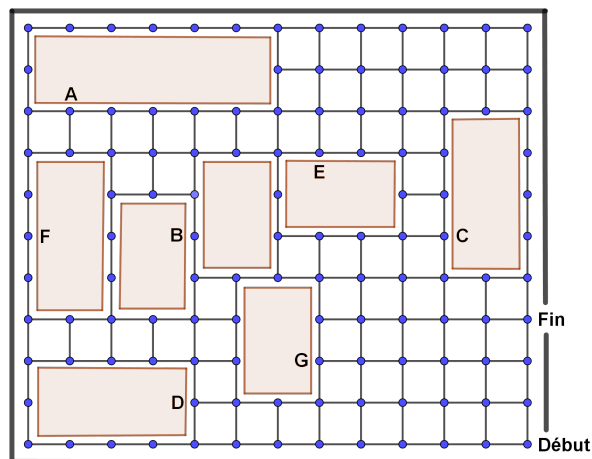


Attention :
la figure ci-contre n'est pas représentée à l'échelle.

Exercice n°5**Les courses des robots R2 et D2****6 points**

Dans l'entrepôt de stockage d'un commerçant en ligne, les rails sur lesquels les robots préparateurs de commandes se déplacent forment un quadrillage, comme représenté sur le schéma ci-contre. Chaque carré de ce quadrillage mesure 1 m sur 1 m.

Les robots R2 sont programmés pour effectuer le trajet le plus court mais en respectant l'ordre de la commande alors que les robots D2 ont eux, la possibilité de changer l'ordre afin de réaliser un trajet plus court. Tous les robots partent du point **Début** et finissent au point **Fin**. Les produits sont rangés dans des rayonnages représentés par des rectangles gris sur le schéma. Un robot peut prendre un produit lorsqu'il est sur le point du quadrillage situé en face du produit désiré (représenté par son initiale sur le schéma).

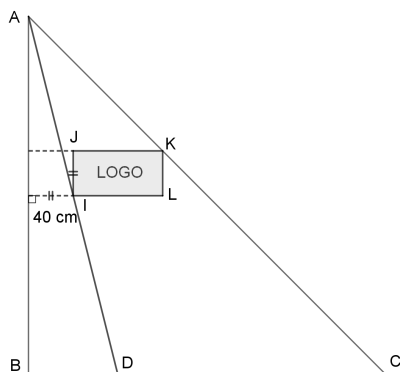


La commande à préparer est la suivante : **A**genda, **B**oîte de craies, **C**ompas, **D**ictionnaire, **E**querre, **F**euilles, **G**omme. Quelle est la distance parcourue par un robot R2 et celle parcourue par un robot D2 ?

Tracer en rouge sur le schéma un chemin fléché correspondant au robot R2 puis le découper et le coller sur votre feuille réponse. Faire de même en vert pour un robot D2 sur un autre schéma.

Exercice n°6**Le logo prend la voile****6 points**

Un fabricant de voiles inscrit son logo rectangulaire selon le même procédé sur toutes les voiles de ses créations. La hauteur du logo est toujours de 40 cm mais la largeur varie selon les dimensions de la voile (voir schéma ci-dessous).



Il utilise le procédé suivant pour placer son logo rectangulaire IJKL sur une voile triangulaire ABC :

- placer le point D sur [BC] tel que BD est égale à un quart de BC
- placer le point I sur [AB], tel que la distance de I à [AB] soit de 40 cm
- placer le logo rectangulaire IJKL tel que (IL) et (BC) soient parallèles et que K appartienne à [AC].

1. Réaliser une figure à l'échelle $\frac{1}{20}$ dans le cas où ABC est un triangle rectangle isocèle en B tel que $BC = 3,6$ m.
2. Calculer l'aire de son logo dans ce cas.

Exercice n°7**La vache en cubes****8 points**

Une boîte à puzzle est composée de 9 cubes qui peuvent former six puzzles comme indiqué sur les deux figures ci-contre.

Mathilde a commencé à faire le puzzle de la vache mais ne l'a pas terminé. Elle a juste placé correctement 4 cubes : les deux cubes qui représentent la queue ainsi que le cube central et celui représentant le mufle de la vache.

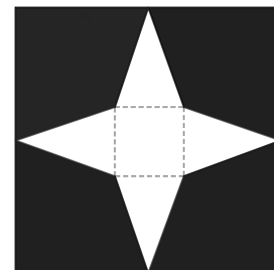


1. Son père constate, amusé, que sa fille n'est pas allée très loin dans la réalisation du puzzle. Sans faire attention, il prend un des cinq cubes restants et le place au hasard dans une place restante de la boîte.
Quelle est la probabilité que le cube soit placé correctement pour continuer le puzzle de la vache?
2. Il range toujours au hasard les 4 derniers cubes restant dans la boîte.
Quelle est la probabilité que les 5 cubes placés par le père soient tous à la bonne place, mais pas nécessairement sur la bonne face ou dans le bon sens?
3. La grande sœur de Mathilde regarde les cubes dans la boîte et constate que le puzzle de la vache est reconstitué. Admirative, elle dit à son papa, « Waouh, papa t'es trop fort, tu avais environ une chance sur un milliard de finir correctement le puzzle au hasard. ». Qu'en pensez-vous?

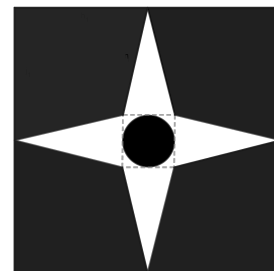
Exercice n°8**La fontaine tient tout juste****7 points**

1. Jean envisage d'aménager son patio intérieur qui a la forme d'un carré de 10 m de côté. Il souhaite dessiner une étoile, constituée d'un carré central sur lequel s'appuient quatre triangles dont les sommets sont les milieux du grand carré, comme indiqué sur la figure ci-contre.

Cette étoile sera en pavés blancs alors que le reste du patio sera en pavés anthracite. Déterminer, au centimètre près, les dimensions du carré central de l'étoile afin que l'aire de celle-ci représente un cinquième de l'aire du patio.



2. Sa femme lui suggère de placer une fontaine circulaire inscrite dans le carré central. Déterminer, au centimètre près, les dimensions du carré central de l'étoile et le diamètre de la fontaine afin que la partie en pavés blancs représente un cinquième de l'aire du patio.

**Exercice Informatique-Algorithmique****A-t-il-eu le un ?****8 points**

On considère une liste d'entiers de 1 à 6 écrits dans un ordre quelconque. Par exemple (5 1 6 2 4 3).
On applique à la liste des nombres l'algorithme suivant :

- si le premier nombre de la liste est le nombre n , on l'échange avec le nombre en n ème position.
- on recommence ainsi de suite jusqu'à ce que l'ordre des nombres ne change plus.

Par exemple avec la liste de 6 entiers suivante (3 5 4 1 2 6), cela donne (4 5 3 1 2 6) puis enfin (1 5 3 4 2 6).

1. Appliquer l'algorithme à la liste donnée au début de l'exercice. Donner les listes obtenues à chaque étape.
2. L'algorithme s'arrête lorsque l'ordre des nombres ne change plus, à quelle condition cela se produit-il?
3. Écrire un programme Scratch ou Python qui à partir d'une liste des entiers de 1 à 6 placés dans un ordre quelconque applique l'algorithme ci-dessus et donne la liste finale des nombres.

★ Enregistrer votre programme, même non terminé, sur la clef USB sous le nom :
numéro département - nom d'établissement - classe.